Uitwerkingen § 1

Opgave 1

a.

$$\pi = \frac{omtrek}{diameter}$$

b.

Eén radiaal is de hoek, gemeten vanuit het middelpunt van een cirkel, waarbij de lengte van de boog gelijk is aan de straal.

c.

$$\varphi = \frac{s}{r}$$

d.

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

Opgave 2

2π (dus ongeveer 2 x 3,14 = 6,28)

Opgave 3

$$\varphi = \frac{s}{r} = \frac{7\text{ cm}}{15\text{ cm}} = 0{,}47\text{ rad}$$

Opgave 4

$s = \varphi \cdot r$ = 82 rad · 0,25 m = 20,5 m

Opgave 5

$$r = \frac{s}{\varphi} = \frac{40\text{ m}}{160\text{ rad}} = 0{,}25\text{ m}$$

diameter = 2 x straal = 0,50 m = 50 cm

Opgave 6

$\varphi = \omega \cdot t$ = 0,14 rad/s · 4,5 s = 0,63 rad.

Opgave 7

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi\text{ rad}}{24 \cdot 3600\text{ s}} = 0{,}000073\text{ rad/s}$$

Opgave 8

$$t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{2\pi\text{ rad}}{50\text{ rad/s}} = 0{,}13\text{ s}$$

Opgave 9

$$\varphi = \frac{s}{r} = \frac{40\ \text{cm}}{15\ \text{cm}} = 2{,}667\ \text{rad.}$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2{,}667\ \text{rad}}{2{,}0\ \text{s}} = 1{,}33\ \text{rad/s}$$

Opgave 10

Het grote tandwiel heeft 20 tanden en het kleine tandwiel 12 tanden.
Voor het kleine tandwiel geldt dus:

$$\omega = \frac{20}{12} \cdot 2\ \text{rad/s} = 3{,}33\ \text{rad/s}$$

Uitwerkingen § 2

<u>Opgave 1</u>
ω, v, r
rad/s, m/s, m

<u>Opgave 2</u>
$v = \omega \cdot r$

<u>Opgave 3</u>
baansnelheid toeneemt.

<u>Opgave 4</u>
$v = \omega \cdot r = 0{,}5 \text{ rad/s} \cdot 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm/s}$

<u>Opgave 5</u>
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{464 \text{ m/s}}{6378000 \text{ m}} = 0{,}000073 \text{ rad/s}$$
In Nederland is de baansnelheid kleiner omdat de straal van de cirkelbeweging hier kleiner is.

<u>Opgave 6</u>
$r = 8$ cm
$v = \omega \cdot r = 0{,}4 \text{ rad/s} \cdot 8 \text{ cm} = 3{,}2 \text{ cm/s}$

<u>Opgave 7</u>
Wiel A:
$v = 3$ cm/s
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{3 \text{ cm/s}}{2{,}5 \text{ cm}} = 1{,}2 \text{ rad/s}$$

Wiel B:
$\omega = 1{,}2$ rad/s want A en B zitten aan elkaar vast.
$v = \omega \cdot r = 1{,}2 \text{ rad/s} \cdot 4{,}5 \text{ cm} = 5{,}4 \text{ cm/s}$

Wiel C:
$v = 5{,}4$ cm/s
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{5{,}4 \text{ cm/s}}{2{,}5 \text{ cm}} = 2{,}16 \text{ rad/s}$$

<u>Opgave 8</u>
De binnenste kogel bevindt zich 15 cm van de draaiingsas af.
De buitenste kogel bevindt zich 35 cm (= 15 cm + 20 cm) van de draaiingsas af.
Dus verhouden de stralen zich als 15 : 35.
Dus verhouden de baansnelheden zich als 15 : 35.
Dus verhouden de horizontale verplaatsingen zich als 15 : 35.
De horizontale verplaatsing van de buitenste kogel is dus (35 / 15) x 22 cm = 51,3 cm.

Uitwerkingen § 3

Opgave 1
Het traagheidsmoment van een voorwerp geeft aan hoe sterk het voorwerp zich verzet tegen veranderingen van zijn draaisnelheid.

Opgave 2
Symbool van traagheidsmoment: *I*.
Eenheid van traagheidsmoment: kgm^2.

Opgave 3
Algemene formule: $I = m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + m_3 \cdot r_3^2 + \ldots\ldots$

Formule voor massieve cilinder: $I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$

Formule voor een massieve bol: $I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$

Opgave 4
De massa moet zo ver mogelijk van de as af zitten. Dan is het traagheidsmoment van het vliegwiel het grootst.

Opgave 5

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot 7{,}3 \cdot 0{,}14^2 = 0{,}072\ \text{kgm}^2$$

Opgave 6
De linker cilinder is sneller beneden omdat zijn traagheidsmoment kleiner is en de draaibeweging dus makkelijker op gang komt.
Opmerking: de zwaartekracht op beide cilinders is even groot en grijpt precies in het midden aan.

Opgave 7

$$I = \frac{1}{12} \cdot m \cdot \left(a^2 + b^2\right) = \frac{1}{12} \cdot 0{,}800 \cdot \left(0{,}09^2 + 0{,}09^2\right) = 0{,}001\ \text{kgm}^2$$

Opgave 8
De formule voor een bol kun je eigenlijk niet gebruiken. Twee redenen zijn:
- De aarde is geen perfecte bol. Bij de polen is de aarde afgeplat.
- De aarde is niet homogeen. Bijvoorbeeld is de dichtheid in het centrum van de aarde anders dan aan de oppervlakte.

Opgave 9

Aluminium: $I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 0{,}22^2 = 0{,}581\,\text{kgm}^2$

Messing: $I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 0{,}11^2 = 0{,}079\,\text{kgm}^2$

Totale traagheidsmoment: *I* = 0,581 + 0,079 = 0,66 kgm^2.

Opgave 10

Het totale traagheidsmoment op de linker as (behalve het klosje en de as zelf) is:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 + \frac{1}{12} \cdot m \cdot \left(a^2 + b^2\right)$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 0{,}20^2 + \frac{1}{12} \cdot 15 \cdot \left(0{,}28^2 + 0{,}28^2\right)$$
$$= 0{,}42 + 0{,}20 = 0{,}62\,\text{kgm}^2$$

Het impulsmoment van de rechter cilinder moet dus ook 0,62 kgm^2 zijn. Dus geldt voor zijn massa:

$$m = \frac{2 \cdot I}{r^2} = \frac{2 \cdot 0{,}62}{0{,}20^2} = 31\,\text{kg}$$

Uitwerkingen § 4

Opgave 1
Het impulsmoment van een draaiend voorwerp is de hoeveelheid draaibeweging van het voorwerp.

Opgave 2
impulsmoment = traagheidsmoment x hoeksnelheid

Opgave 3
Het impulsmoment van een voorwerp (of stelsel) dat om een vaste as draait is constant als er geen krachten op het voorwerp werken of slechts krachten die deze as snijden.

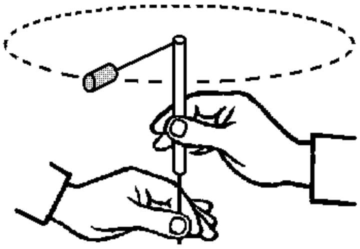
De bijbehorende formule is: $I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$

Opgave 4
$$\omega_2 = \frac{I_1 \cdot \omega_1}{I_2} = \frac{3\,\text{kgm}^2 \cdot 1{,}1\,\text{rad/s}}{1\,\text{kgm}^2} = 3{,}3\,\text{rad/s}$$

Opgave 5
Eerst het totale traagheidsmoment in de eindsituatie uitrekenen.
$$I_2 = \frac{I_1 \cdot \omega_1}{\omega_2} = \frac{0{,}03\,\text{kgm}^2 \cdot 5{,}4\,\text{rad/s}}{1{,}8\,\text{rad/s}} = 0{,}09\,\text{kgm}^2$$

De toename van het traagheidsmoment is dan dus 0,09 kgm^2 - 0,03 kgm^2 = 0,06 kgm^2.

Opgave 6



r wordt	I wordt	ω wordt	v wordt
2 x groter	4 x groter	4 x kleiner	2 x kleiner
3 x groter	9 x groter	9 x kleiner	3 x kleiner
4 x kleiner	16 x kleiner	16 x groter	4 x groter

Opgave 7

a.

$I = m \cdot r^2 = 48 \cdot 2{,}5^2 = 300\ \text{kgm}^2$

b.

In de beginsituatie is het traagheidsmoment 300 kgm^2 + 300 kgm^2 = 600 kgm^2.
In de eindsituatie is het traagheidsmoment 300 kgm^2. Deze situatie doet zich voor als Teartse op de plaats van de as zit. Dan is zijn bijdrage aan het traagheidsmoment namelijk nul (aangenomen dat Teartse als een puntmassa opgevat kan worden).
Omdat het traagheidsmoment dus is gehalveerd, verdubbelt de hoeksnelheid.
Dus 2 x 0,6 rad/s = 1,2 rad/s.

c.

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot \omega_1}{\omega_2} = \frac{600\ \text{kgm}^2 \cdot 0{,}6\ \text{rad/s}}{0{,}9\ \text{rad/s}} = 400\ \text{kgm}^2$$

De bijdrage van Teartse aan het traagheidsmoment is dus 100 kgm^2.
Dus geldt voor de straal van zijn cirkelbeweging:

$$r = \sqrt{\frac{I}{m}} = \sqrt{\frac{100}{48}} = 1{,}4\ \text{m}$$

Uitwerkingen § 5

Opgave 1
Hoe sneller de wielen draaien, des te sterker zij zich verzetten tegen veranderingen van hun stand. Het voorwiel zal dus makkelijker recht vooruit blijven staan.

Opgave 2
Door de draaibeweging van de cilinder bleef zijn stand ongeveer gelijk. Tijdens het zinken was de lengteas van de cilinder (draaiingsas) nog steeds horizontaal en evenwijdig met de damwand.

Opgave 3
As B zal het makkelijkst van richting kunnen veranderen. Want twee wielen draaien de ene kant op en twee wielen de andere kant. Je kunt de wielen dan tegen elkaar "wegstrepen".
As C zal het moeilijkst van richting kunnen veranderen. Want alle vier de wielen draaien in dezelfde richting. Dit levert een versterkt effect op.

Opgave 4
Als een vliegtuig van richting verandert, moet de straalmotor gemakkelijk meebewegen. Zie ook de vorige opgave.

Opgave 5
In een kwart etmaal (= 24 uur) beweegt het punt van plaats 1 naar plaats 4. Het duurt dus zes uur.

Opgave 6
Het vliegwiel in Piets vrachtwagen zit beter. Want bij een bocht naar links of naar rechts verandert de stand van het vliegwiel niet. Anders gezegd: de as blijft in dezelfde richting wijzen (verticaal).

Opgave 7
Precessie is het veranderen van de richting van de draaiingsas van een draaiend voorwerp onder invloed van uitwendige krachten.

Opgave 8
a.
Draaiing van de aarde rond zijn as. Rondetijd = 24 uur.
Draaiing van de aarde rond de zon. Rondetijd = 1 jaar.
Draaiing van de aardas rond de loodlijn op het eclipticavlak. Rondetijd = 26 duizend jaar.
b.
Draaiing van de aardas rond de normaal op het eclipticavlak.

Opgave 9
Opzij. De beweging staat dus loodrecht op de trekkracht.

Opgave 10
a.
De zwaartekracht en de spankracht (van het touw).
b.
Bij een niet draaiend wiel gaat de draaiingsas verticaal staan.
Bij een draaiend wiel beweegt de draaiingsas niet naar beneden maar draait rondjes om het touw.

Opgave 11
a.
Door de draaibeweging blijft de stand van de frisbee veel beter behouden.
b.
De zijkant gaat omhoog.